## Soluciones del Examen de la Fase Regional de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2016 - Zacatecas

**Solución 1.** La solución es (b).

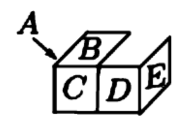
**Solución 2.** La solución es (c). Los dos ángulos marcados son suplementarios de los dos ángulos agudos del triángulo rectángulo. Como la suma de los dos ángulos agudos del triángulo rectángulo es 90°, la suma de los ángulos marcados es 180° + 180° - 90° = 270°.

**Solución 3.** La solución es (b). Lo mejor es que no cambien las dos primeras cifras, así que necesitamos que las dos últimas cifras sumen 7.

**Solución 4.** La solución es (b). Llamemos M a la edad de Miguel, T a la edad de Tere e I a la edad de Inés. Tenemos que (M + T) + (M + I) = 5 + 6 = 11. Luego, 2M = 11 - (T + I) = 11 - 7 = 4, de donde M = 2. Así, T = 5 - 2 = 3 e I = 6 - 2 = 4.

**Solución 5.** La solución es (c). Como 201−102 = 99, el nuevo resultado es 99 menos.

**Solución 6.** La solución es (e). De las siguientes parejas, a lo más uno de los números puede haber quedado escrito: {1; 9}, {2; 8}, {3; 7} y {4; 6}. Como quedaron 6 números en el pizarrón, forzosamente debió quedar escrito el 5.




**Solución 7.** La solución es (b). La doblamos parcialmente como se muestra, observando que A queda a la izquierda y perpendicular a B y al lado de C. Al seguir doblando con C al frente, D queda al lado de C y E queda atrás. Al voltear la caja se tiene que B queda abajo.

**Solución 8.** La solución es (e). Llamemos $a$ a la longitud del lado mayor de cada rectángulo y $b$ a la longitud del lado menor. Así, $2(a + b) = 16$. Siguiendo el contorno del cuadrado notamos que su perímetro es $a + b + a + b + a + b + a + b = 4(a + b) = 32$.

**Solución 9.** La solución es (c). Cada lado del cuadrado mide 6. Podemos dividir la región sombreada en 4 triángulos cuyas bases son, respectivamente, $a$; $b$; $c$ y $d$, y cuyas alturas son todas iguales a 6. Así, tenemos que $\frac{6\times a}{2}+\frac{6\times b}{2}+\frac{6\times c}{2}+\frac{6\times d}{2}=27$, de donde $a + b + c + d = 9$.

**Solución 10.** La solución es (e). Llamemos $a$ a la longitud del lado menor del trapecio. La longitud de lado mayor del rectángulo en donde se encierra la tira de papel doblada es 27 cm. Esta longitud se obtiene de sumar 5 veces el ancho de la banda (que es 3 cm) más 4 veces $a$, es decir $a+a+a+a+5\cdot 3=27$ de donde $a=\frac{27-5\times 3}{4}=3$. Además, los pedazos triangulares que quedan encimados son triángulos rectángulos isósceles de lado 3 y así la longitud de la tira es $9+6+6+6+6+6+6+6+6=9+6\cdot 8=9+48=3(3+16)=3\cdot 19=57$.

**Solución 11.** La solución es (d). Cada cubito pertenece a tres caras. Las caras que se ven nos muestran 6 lados negros y 14 blancos. Para que haya múltiplos de 3 tanto negros como blancos deberíamos poner 0 negros y 4 blancos, o 3 negros y 1 blanco. Sólo aparece la opción de 4 blancos. Para formar el cubo, podemos pensar que la cara que aparece a la izquierda es la que queda al frente y las otras 4 quedan alrededor de ésta; la cara blanca queda por detrás.

**Solución 12.** La solución es (b). Llamemos $m$ a la cantidad de niñas y $h$ a la cantidad de niños, Tenemos que $m+h = 20$ y que $\frac{1}{2}m=\frac{1}{3}h$, así que $\frac{1}{2}m=\frac{1}{3}(20-m)$ y entonces, $3m = 40- 2m$ y $m = 8$.

**Solución 13.** La solución es (d). Para que justo en dos vueltas las marcas coincidan, se debe tener que la primera vez que la marca de la moneda B vuelve a tocar la moneda A es cuando ha recorrido $\frac{2}{3}$ de la orilla de A. Entonces, el perímetro de B es $\frac{2}{3}$ del perímetro de A, esto es $\frac{2}{3}18=12$.

**Solución 14.** La solución es (d). Si Marisol cree que son las 12:00, es porque su reloj marca las 12:05 (dado que cree que está adelantado 5 minutos). Como el reloj de Marisol en realidad está atrasado 10 minutos, entonces la hora real es las 12:15. Dado que el reloj de Mónica está adelantado 5 minutos, marca las 12:20. Pero Mónica cree que su reloj está atrasado 10 minutos, por lo que cree que son las 12:30.

**Solución 15.** La solución es (a). Como Pablo tiene 3 años más que sus hermanos, si restamos 3 a la suma, obtenemos un número múltiplo de 4. El único número que cumple la condición es 27. Las edades de los triates son de 8 años y la de Pablo es de 11.

**Solución 16.** La solución es (a). Como todos los números escritos en el pizarrón son diferentes, los más pequeños pueden ser 1 y 16 ó 2 y 8 (para que su producto de 16). Observamos que $225 = 3^2 \times 5^2 = 15^2$. Esto quiere decir que si el producto de dos números diferentes es 225, entonces uno de ellos tiene que ser mayor que 15 y el otro menor que 15. Por lo tanto, los dos números más pequeños deben ser 2 y 8. Esto implica que los dos números más grandes tienen que ser ambos mayores a 8. Para que su producto sea 225 la única opción es que los dos números más grandes sean 9 y 25. Como entre 8 y 9 no hay ningún número entero, entonces hay exactamente cuatro números escritos en el pizarrón: 2, 8, 9 y 25.

**Solución 17.** La solución es (e). Los lugares de traslape son cada 3, así que van alternando blanco y negro. La estrella aparece cada 5 veces (en las casillas con número múltiplo de 5), pero sólo aparece en lugar de traslape cada 15 veces (pues los traslapes son en las casillas que tienen los números que dejan residuo 2 al dividirlos entre 3). Entonces la estrella aparece en lugar de traslape negro cada 30 veces. Como la primera vez fue en la casilla con número 5, la siguiente será en casilla con número 35.

**Solución 18.** La solución es (a). Denotemos por $a, b, c, d$ y $e$ los radios de los círculos con centros en $A, B, C, D$ y $E$, respectivamente. Tenemos entonces que (1) $a + b = 16$; (2) $b + c = 14$; (3) $c + d = 17$; (4) $d + e = 13$; (5) $e + a = 14$. De (1) y (2) se tiene que $c < a$, de (2) y (3), $b < d$, de (3) y (4) $e < c$, de (4) y (5), $d < a$ y, finalmente, de (1) y (5), $e < b$. Combinando logramos: $e < c < a$ y $b < d < a$; así que $a$ es el mayor.

**Solución 19.** La solución es (a). Como le dura 12 días para 4 gatos, para 2 gatos le duraría 24 días. Entonces para 6 gatos le dura 8 días.

**Solución 20.** La solución es (c). Llamemos $A, B, C, D$ y $E$ a los vagones, suponiendo que están en ese orden y usemos las mismas letras para representar el número de pasajeros en cada vagón. Un pasajero que está en el primer vagón tiene $(A - 1) + B$ vecinos; un pasajero que está en el segundo vagón tiene $A + (B - 1) + C$ vecinos. Como todos los vagones tienen al menos un pasajero, entonces $C \neq 0$, de donde tenemos que $A + B - 1 = 5$, $A + B + C - 1 = 10$ y por lo tanto $C = 5$. Siguiendo un análisis similar obtenemos que $B + C + D - 1 = 10 = C + D + E - 1$. Esto nos dice que $A = D$ y $B = E$. Entonces $A + B + C + D + E = 2 \times (A + B) + C = 2 \times 6 + 5$.

**Solución 21.** La solución es (b). El lado del cuadrado mide 3. Sea $O$ el centro del círculo y sea $P$ el punto de tangencia de $ST$ con el círculo. Dividamos el cuadrado en 9 partes iguales, como se muestra. Entonces $OB$ es la diagonal de un cuadrado de lado 2, así que, por el teorema de Pitágoras, $OB = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$ y $PB = \sqrt{8} - 1$. Por simetría, el triángulo $SBT$ es isósceles, así que sus ángulos en $S$ y $T$ son de 45°. Como $PB$ es perpendicular a $ST$, tenemos que $\angle PBT = 45°$, de donde $PT = PB$ y así $ST = 2(\sqrt{8} - 1) = 4\sqrt{2} - 2$.